

(a)

1	1. A	A
2	2. B	A
1	3. (B→A)	1, 2, →I
	4. (A→(B→A))	1, 3, →I

(b)

1	1. A	A
2	2. ~B	A
3	3. (A→B)	A
1, 3	4. B	1, 3, →E
1, 2, 3	5. (~B&B)	2, 4, &I
1, 2	6. ~(A→B)	3, 5, ~E

(c)

1	1. A	A
1	2. (A∨B)	1, ∨I
1	3. (A∨~B)	1, ∨I
1	4. ((A∨B)&(A∨~B))	2, 3, &I

(d)

1	1. (A→B)	A
2	2. (C→D)	A
3	3. (A&C)	A
3	4. A	3, &E
1, 3	5. B	1, 4, →E
3	6. C	3, &E
2, 3	7. D	2, 4, →E
1, 2, 3	8. (B&D)	5, 7, &I
1, 2	9. ((A&C)→(B&D))	3, 8, →I

(e)

1	1. ~A	A
2	2. (A↔B)	A
3	3. B	A
2	4. (B→A)	2, ↔E
2, 3	5. A	3, 4, →E
1, 2, 3	6. (A&~A)	1, 5, &I
1, 2	7. ~B	3, 6, ~I

(f)

1	1. $(A \rightarrow B)$	A
2	2. $\sim(\sim AvB)$	A
3	3. A	A
1, 3	4. B	1, 3, $\rightarrow E$
1, 3	5. $(Bv\sim A)$	4, $vI$
1, 2, 3	6. $((\sim AvB) \& (Bv\sim A))$	2, 5, $\&I$
1, 2	7. $\sim A$	3, 6, $\sim I$
1, 2	8. $(\sim AvB)$	7, $vI$
1, 2	9. $((\sim AvB) \& (\sim AvB))$	2, 8, $\&I$
1	10. $(\sim AvB)$	2, 9, $\&E$

(g)

1	1. $(Av(B \& C))$	A
2	2. $\sim(AvB)$	A
3	3. $\sim A$	A
1, 3	4. $(B \& C)$	1, 3, $vE$
1, 3	5. B	4, $\&E$
1, 3	6. $(AvB)$	5, $vI$
1, 2, 3	7. $((AvB) \& \sim(AvB))$	2, 6, $\&I$
1, 2	8. A	3, 7, $\sim E$
1, 2	9. $(AvB)$	8, $vI$
1, 2	10. $((AvB) \& \sim(AvB))$	2, 9, $\&I$
1	11. $(AvB)$	2, 10, $\sim E$
12	12. $\sim(AvC)$	A
13	13. $\sim A$	A
1, 12, 13	14. $(B \& C)$	1, 13, $vE$
1, 12, 13	15. C	14, $\&E$
1, 12, 13	16. $(AvC)$	15, $vI$
1, 12, 13	17. $((AvC) \& \sim(AvC))$	12, 16, $\&I$
1, 12	18. A	13, 17, $\sim E$
1, 12	19. $(AvC)$	18, $vI$
1, 12	20. $((AvC) \& \sim(AvC))$	12, 19, $\&I$
1	21. $(AvC)$	12, 21, $\sim E$
1	22. $((AvB) \& (AvC))$	11, 21, $\&I$

(h)

1	1. $\sim(A \& B)$	A
2	2. $\sim(\sim Av\sim B)$	A
3	3. $\sim A$	A
3	4. $(\sim Av\sim B)$	3, $vI$
2, 3	5. $((\sim Av\sim B) \& \sim(\sim Av\sim B))$	2, 4, $\&I$
2	6. A	3, 5, $\sim E$
7	7. $\sim B$	A
7	8. $(\sim Av\sim B)$	7, $vI$
2, 7	9. $((\sim Av\sim B) \& \sim(\sim Av\sim B))$	2, 8, $\&I$
2	10. B	7, 9, $\sim E$
2	11. $(A \& B)$	6, 10, $\&I$
1, 2	12. $((A \& B) \& \sim(A \& B))$	1, 11, $\&I$

1            13. ( $\sim A \vee \sim B$ )                            1, 12,  $\sim E$

(i)

1	1. $\sim \sim A$	A
2	2. $\sim A$	A
1, 2	3. ( $\sim \sim A \& \sim A$ )	1, 2, $\&I$
1	4. A	2, 3, $\sim E$

(j)

1	1. ( $\sim A \rightarrow B$ )	A
2	2. $\sim(A \vee B)$	A
3	3. A	A
3	4. ( $A \vee B$ )	3, $\vee I$
2, 3	5. ( $(A \vee B) \& \sim(A \vee B)$ )	2, 4, $\&I$
2	6. $\sim A$	3, 5, $\sim I$
1, 2	7. B	1, 6, $\rightarrow E$
1, 2	8. ( $A \vee B$ )	7, $\vee I$
1, 2	9. ( $(A \vee B) \& \sim(A \vee B)$ )	2, 8, $\&I$
1	10. ( $A \vee B$ )	2, 9, $\sim E$