

a)

1	1) A	A
2	2) B	A
1	3) $(B \rightarrow A)$	1, 2 $\rightarrow$ I
	4) $(A \rightarrow (B \rightarrow A))$	1, 3 $\rightarrow$ I
	5) $(B \rightarrow (A \rightarrow (B \rightarrow A)))$	2, 4 $\rightarrow$ I
	6) $(A \rightarrow (B \rightarrow (A \rightarrow (B \rightarrow A))))$	1, 5 $\rightarrow$ I

b)

1	1) $\sim(A \rightarrow B)$	A
2	2) B	A
3	3) A	A
2	4) $(A \rightarrow B)$	3, 2 $\rightarrow$ I
1, 2	5) $((A \rightarrow B) \& \sim(A \rightarrow B))$	1, 4 $\&$ I
1	6) $\sim B$	2, 5 $\sim$ I

c)

1	1) $(A \rightarrow C)$	A
2	2) $(\sim B \vee D)$	A
3	3) $\sim(C \& D)$	A
4	4) $(A \& B)$	A
4	5) A	4 $\&$ E
4	6) B	4 $\&$ E
1, 4	7) C	1, 5 $\rightarrow$ E
8	8) $\sim B$	A
4, 8	9) $(B \& \sim B)$	6, 8 $\&$ I
4	10) $\sim\sim B$	8, 9 $\sim$ I
2, 4	11) D	2, 10 $\vee$ E
1, 2, 4	12) $(C \& D)$	7, 11 $\&$ I
1, 2, 3, 4	13) $((C \& D) \& \sim(C \& D))$	3, 12 $\&$ I
1, 2, 3	14) $\sim(A \& B)$	4, 13 $\sim$ I

d)

1	1) $(A \rightarrow B)$	A
2	2) $(B \rightarrow C)$	A
3	3) $(A \vee B)$	A
4	4) $\sim C$	A
5	5) B	A

2, 5	6) C	2, 5 $\rightarrow$ E
2, 4, 5	7) (C& $\sim$ C)	4, 6 &I
2, 4	8) $\sim$ B	5, 7 $\sim$ I
2, 3, 4	9) A	3, 8 $\vee$ E
1, 2, 3, 4	10) B	1, 9 $\rightarrow$ E
1, 2, 3, 4	11) C	2, 11 $\rightarrow$ E
1, 2, 3, 4	12) (C& $\sim$ C)	4, 11 &I
1, 2, 3	13) C	4, 12 $\sim$ E
1, 2	14) ((A $\vee$ B) $\rightarrow$ C)	3, 13 $\rightarrow$ I

e)

1	1) (P $\leftrightarrow$ $\sim$ B)	A
1	2) ((P $\rightarrow$ $\sim$ B)&($\sim$ B $\rightarrow$ P))	1 $\leftrightarrow$ E
1	3) (P $\rightarrow$ $\sim$ B)	2 &E
1	4) ($\sim$ B $\rightarrow$ P)	2 &E
5	5) $\sim\sim$ P	A
6	6) $\sim\sim$ P	A
5, 6	7) ($\sim\sim$ P& $\sim\sim\sim$ P)	5, 6 &I
5	8) $\sim$ P	6, 7 $\sim$ E
9	9) $\sim$ B	A
1, 9	10) P	4, 9 $\rightarrow$ E
1, 5, 9	11) (P& $\sim$ P)	8, 10 &I
1, 5	12) B	9, 11 $\sim$ E
1	13) ($\sim\sim\sim$ P $\rightarrow$ B)	5, 12 $\rightarrow$ I
14	14) B	A
15	15) $\sim\sim$ P	A
16	16) $\sim$ P	A
15, 16	17) ($\sim$ P& $\sim\sim$ P)	15, 16 &I
15	18) P	16, 17 $\sim$ E
1, 15	19) $\sim$ B	3, 18 $\rightarrow$ E
1, 14, 15	20) (B& $\sim$ B)	14, 19 &I
1, 14	21) $\sim\sim\sim$ P	15, 20 $\sim$ I
1	22) (B $\rightarrow$ $\sim\sim\sim$ P)	14, 21 $\rightarrow$ I
1	23) ((($\sim\sim\sim$ P $\rightarrow$ B)&(B $\rightarrow$ $\sim\sim\sim$ P))	13, 22 &I
1	24) ($\sim\sim\sim$ P $\leftrightarrow$ B)	23 $\leftrightarrow$ I

f)

1	1) ($\sim$ A $\rightarrow$ B)	A
---	--------------------------------	---

2	2) $\sim B$	A
3	3) $\sim A$	A
1, 3	4) B	1, 3 $\rightarrow E$
1, 2, 3	5) $(B \& \sim B)$	2, 4 $\& I$
1, 2	6) A	3 – 5 $\sim E$
1	7) $(\sim B \rightarrow A)$	2, 6 $\rightarrow I$

g)

1	1) $(A \rightarrow (B \& C))$	A
2	2) A	A
1, 2	3) $(B \& C)$	1, 2 $\rightarrow E$
1, 2	4) B	3 $\& E$
1, 2	5) C	3 $\& E$
1	6) $(A \rightarrow B)$	2, 4 $\rightarrow I$
1	7) $(A \rightarrow C)$	2, 5 $\rightarrow I$
1	8) $((A \rightarrow B) \& (A \rightarrow C))$	6, 7 $\& I$

h)

1	1) $(A \& B)$	A
2	2) $(\sim A \vee \sim B)$	A
1	3) A	1 $\& E$
1	4) B	1 $\& E$
5	5) $\sim A$	A
1, 5	6) $(A \& \sim A)$	3, 5 $\& I$
1	7) $\sim \sim A$	5, 6 $\sim I$
1, 2	8) $\sim B$	2, 7 $\vee E$
1, 2	9) $(B \& \sim B)$	4, 8 $\& I$
1	10) $\sim(\sim A \vee \sim B)$	2, 9 $\sim I$

i)

1	1) $(A \& B)$	A
2	2) $\sim(A \& B)$	A
1, 2	3) $((A \& B) \& \sim(A \& B))$	1, 2 $\& I$
1	4) $\sim \sim(A \& B)$	2, 3 $\sim I$

j)

1	1) $(\sim A \vee B)$	A
2	2) A	A

3	3) $\sim A$	A
2, 3	4) $(A \& \sim A)$	2, 3 $\&I$
2	5) $\sim \sim A$	3, 4 $\sim I$
1, 2	6) B	1, 5 $\vee E$
1	7) $(A \rightarrow B)$	2, 6 $\rightarrow I$